

## Глава 1.

### Математический язык. Математическая модель.

#### § 1. Числовые и алгебраические выражения.

Зачастую, чтобы решить то или иное задание, нужно не только использовать законы математических действий и различные известные приемы, но и уметь подмечать закономерности.

**Рассмотрим пример:** сравните числа  $a$  и  $b$ , если  $a = \frac{2}{477} + \frac{13}{478} + \frac{5}{479}$ ,  $b = \frac{1}{24}$ ;

Можно, конечно, просто найти значение выражения, которым задано число  $a$ , а затем сравнить полученную дробь с  $b$ , но это будет нерационально. Воспользуемся следующим приемом, рассмотрим разность чисел  $a$  и  $b$ .

Если  $(a - b) > 0$ , то  $a > b$ , если  $(a - b) < 0$ , то  $a < b$ . Данное утверждение знакомо вам из курса математики 6 класса.

Т. о. задание сводится к следующему: найти значение выражения  $\frac{2}{477} + \frac{13}{478} + \frac{5}{479} - \frac{1}{24}$ . Если полученное значение будет положительным, то  $a > b$ , отрицательным –  $a < b$ . Первое, что напрашивается само собой – это разложить на множители знаменатели дробей, но такое разложение нашу задачу не упрощает, т.к. в разложении получаются трехзначные простые числа. Подмечаем закономерность: 477, 478, 479. Причем,  $477 = 478 - 1$ ; а  $479 = 478 + 1$ , зн.

$$\frac{2}{477} + \frac{13}{478} + \frac{5}{479} - \frac{1}{24} = \frac{2}{478-1} + \frac{13}{478} + \frac{5}{478+1} - \frac{1}{24} \dots$$

Приведем дроби к общему знаменателю:

$$\dots \frac{2 \cdot 24 \cdot 478 \cdot (478 + 1) + 13 \cdot 24 \cdot (478 - 1)(478 + 1) + 5 \cdot 24 \cdot 478 \cdot (478 - 1) - 478 \cdot (478 - 1) \cdot (478 + 1)}{24 \cdot 478 \cdot (478 - 1) \cdot (478 + 1)} \dots$$

Понятно, что знаменатель данной дроби – положительное число, т.к. представляет собой произведение положительных чисел. Т.к. дробь – это частное от деления числителя на знаменатель, то в нашем случае значение выражения будет положительным, если положителен числитель дроби, и отрицательным, если числитель отрицателен. Найдем значение числителя:

$$2 \cdot 24 \cdot 478 \cdot (478 + 1) + 13 \cdot 24 \cdot (478 - 1)(478 + 1) + 5 \cdot 24 \cdot 478 \cdot (478 - 1) - 478 \cdot (478 - 1) \cdot (478 + 1) =$$

Раскроем скобки:

$$2 \cdot 24 \cdot 478 \cdot 478 + 2 \cdot 24 \cdot 478 + 13 \cdot 24 \cdot (478 \cdot (478 + 1) - (478 + 1)) + 5 \cdot 24 \cdot 478 \cdot 478 - 5 \cdot 24 \cdot 478 - 478 \cdot (478 \cdot (478 + 1) - (478 + 1)) = 2 \cdot 24 \cdot 478 \cdot 478 + 2 \cdot 24 \cdot 478 + 13 \cdot 24 \cdot (478 \cdot 478 + 478 - 478 - 1) + 5 \cdot 24 \cdot 478 \cdot 478 - 5 \cdot 24 \cdot 478 - 478 \cdot (478 \cdot 478 + 478 - 478 - 1) = 2 \cdot 24 \cdot 478 \cdot 478 + 2 \cdot 24 \cdot 478 + 13 \cdot 24 \cdot (478 \cdot 478 - 1) + 5 \cdot 24 \cdot 478 \cdot 478 - 5 \cdot 24 \cdot 478 - 478 \cdot (478 \cdot 478 - 1) = 2 \cdot 24 \cdot 478 \cdot 478 + 2 \cdot 24 \cdot 478 + 13 \cdot 24 \cdot 478 \cdot 478 - 13 \cdot 24 + 5 \cdot 24 \cdot 478 \cdot 478 - 5 \cdot 24 \cdot 478 - 478 \cdot 478 \cdot 478 + 478 = \dots$$

Воспользуемся переместительным и сочетательными законами действий:

$$(2 \cdot 24 \cdot 478 \cdot 478 + 13 \cdot 24 \cdot 478 \cdot 478 + 5 \cdot 24 \cdot 478 \cdot 478 - 478 \cdot 478 \cdot 478) + (2 \cdot 24 \cdot 478 - 5 \cdot 24 \cdot 478) - 13 \cdot 24 + 478 = \dots$$

Воспользуемся распределительным законом:

$$(2 + 13 + 5 - 478) \cdot 24 \cdot 478 \cdot 478 + (2 - 5) \cdot 24 \cdot 478 - 13 \cdot 24 + 478 = -458 \cdot 24 \cdot 478 \cdot 478 - 3 \cdot 24 \cdot 478 - 13 \cdot 24 + 478$$

Очевидно, что полученное выражение отрицательное, а значит  $a < b$ .

Решите самостоятельно:

1. Сравните числа  $a$  и  $b$ , если

$$\text{а) } a = \frac{1}{411} \cdot \frac{1}{412} \cdot \frac{1}{413}, \text{ б) } a = \frac{1}{63990006}; \text{ в) } a = \frac{1}{393} \cdot \frac{1}{394} \cdot \frac{1}{395}, \text{ б) } a = \frac{1}{64009990}; \text{ в) } a = \frac{1}{383} + \frac{3}{384} + \frac{6}{385}, \text{ б) } b = \frac{1}{38}$$

2. При каких значениях переменной выражение не имеет смысла?

$$\text{а) } \frac{a-7}{a+7} \quad \text{б) } \frac{2a+3}{10a-5} \quad \text{в) } \frac{45a-15}{13a+39}$$

**ОБРАЗЕЦ:**  $\frac{2a-1}{4+2a}$

Нам известно, что на ноль делить нельзя, значит, выражение имеет смысл тогда, когда знаменатель не равен 0. Если же знаменатель равен нулю, то выражение смысла не имеет, т.к. мы не сможем найти его значение. Найдем значение переменной, при которой знаменатель обращается в ноль.

$$4 + 2a = 0;$$

$$2a = -4;$$

$$a = -4 : 2;$$

$$a = -2.$$

Ответ:  $a = -2$